EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* .091**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

Se consideră dreapta $d: x+y-1=0$ şi punctele $A(-3,2), B(2,-1)$, $D(3,1)$ şi $C(a,3)$, $a \in \mathbf{R}$.

(4p) **a)** Să se calculeze distanța de la punctul A la dreapta d.

(4p) **b)** Să se determine $a \in \mathbf{R}$ astfel încât punctul C să aparțină dreptei d.

(4p) **c)** Să se calculeze distanța de la punctul A la punctul B.

(4p) **d)** Să se determine coordonatele mijlocului segmentului $[AB]$.

(2p) **e)** Să se calculeze aria triunghiului cu vârfurile în punctele $A(-3,2), B(2,-1)$ şi $D(3,1)$.

(2p) **f)** Să se determine ecuația cercului cu centrul în A şi tangent dreptei d.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se rezolve în $\mathbf{R}$ ecuația $x^3 + x = 10$.

(3p) **b)** Să se arate că numărul $\log_3 27\sqrt{3}$ este rațional.

(3p) **c)** Să se determine suma elementelor inelului $\mathbf{Z}_7$.

(3p) **d)** Să se determine primul termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ pentru care $a_{10} = 21, a_{100} = 201$.

(3p) **e)** Să se determine $n \in \mathbf{N}$ pentru care $1+3+5+7+....+n = 121$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} - \left\{-2, \frac{1}{2}\right\} \to \mathbf{R},\ f(x) = \frac{3-x}{(2x-1)(x+2)}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f(x) - \frac{1}{2x-1} + \frac{1}{x+2}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\int f(x)dx$, $x \geq 1$.

(3p) **c)** Să se determine asimptotele verticale la graficul funcției f.

(3p) **d)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} n \cdot f(n)$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și mulțimea $C(A)=\{X\in M_2(\mathbf{C}) \mid XA=AX\}$.

(4p) **a)** Să se calculeze determinantul matricei A.

(4p) **b)** Să se calculeze rangul matricei A.

(4p) **c)** Să se determine $a,b\in\mathbf{C}$ astfel încât $A\cdot\begin{pmatrix}0 & a\\ b & 0\end{pmatrix}=I_2$

(2p) **d)** Să se arate că, dacă $U,V\in C(A)$, atunci $U\cdot V\in C(A)$.

(2p) **e)** Să se arate că, dacă $X\in C(A)$, atunci există $a,b\in\mathbf{C}$ astfel încât $X=\begin{pmatrix}a & b\\ 2b & a\end{pmatrix}$.

(2p) **f)** Să se arate că, dacă $Y\in C(A)$ și $Y^2=O_2$, atunci $Y=O_2$.

(2p) **g)** Să se arate că, dacă $Z\in C(A)$ și $Z^{2007}=O_2$, atunci $Z=O_2$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\arccos(\cos x)$ și $F:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$,

$F(x)=\int_0^x f(t)dt$.

(4p) **a)** Să se verifice că $f(x+2\pi)=f(x)$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se calculeze suma $f(0)+f(\pi)+f(2\pi)+...+f(2007\pi)$.

(2p) **c)** Să se calculeze $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

(2p) **d)** Să se verifice că $F(x)=\frac{x^2}{2}$, $\forall x\in[0,\pi)$.

(4p) **e)** Să se arate că $0\le f(x)\le\pi$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(2p) **f)** Să se arate că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(2p) **g)** Să se calculeze $F(2\pi)$.